Estudios de Administración, vol. 9, N E 2, 2002

Sobre la cobertura de mínima varianza con futuros

Salvador Zurita L.
Universidad Adolfo Ibáñez

Extracto

Frecuentemente se considera los contratos a plazo y futuros como sinónimos, y cumpliendo la misma función económica en cobertura de riesgos de precios financieros. Sin embargo, ellos tienen diferencias fundamentales entre sí. Desde el punto de vista de cobertura de riesgos, la diferencia más importante se refiere a la oportunidad en que se producen los flujos de caja. Mientras las partes que entran en un contrato a plazo no intercambian pagos al inicio ni durante el contrato, sino sólo al vencimiento, en un contrato futuro se produce una liquidación diaria de los contratos. Esta diferencia implica diferentes razones de cobertura de mínima varianza entre contratos a plazo y futuros, las que son exploradas en este artículo para diferentes tipos de activos subyacentes y diferentes supuestos sobre el comportamiento de la tasa de interés libre de riesgo en el tiempo.

Abstract

Forward and Future contracts are frequently treated as synonymous, akin contracts playing the same economic function in hedging financial price risks. But they differ in fundamental ways. In the case of a forward contract, the counter-parties only interchange cash at the maturity of the contract; no money changes hands initially or during the lifetime of the contract. This difference implies different minimum variance hedge ratios when using a forward contract versus a futures contract for hedging purposes. In this paper we explore those for different types of underlying assets and different assumptions about the evolution of the risk-free interest rate.

1. Introducción

Un contrato a plazo (o contrato *forward*) consiste en una transacción entre dos partes, que compromete a las contra-partes a intercambiar una cierta cantidad de un determinado activo (llamado subyacente), a un precio determinado en el contrato (llamado precio a plazo o precio *forward*) en una cierta fecha futura (llamada madurez o vencimiento del contrato a plazo). Por su simplicidad, y su utilidad evidente para resolver la incertidumbre, no es sorprendente que tenga una larga historia; evidencia histórica fuerte indica que los emperadores romanos se aseguraban su abastecimiento de trigo egipcio utilizando contratos a plazo, y algunos autores indican que su origen habría sido incluso más antiguo, en India[1].

Los contratos futuros cumplen la misma función económica, pero con características institucionales únicas, específicamente se transan en una bolsa organizada. El primero de estos mercados organizados fue el *Chicago Board of Trade*, que inició sus actividades en 1848. A pesar de la pérdida de registros en el gran incendio en 1871, parece ser que los contratos futuros mismos se transaban en los 1860s. La transacción en bolsa implica ciertas diferencias con los mercados a plazo: (a) los contratos futuros son altamente estandarizados, indicando cantidades fijas del activo subyacente, fecha de despacho y mecanismos de despacho específicos; (b) dada la naturaleza anónima de las transacciones en bolsa, el desempeño del contrato es garantizado por la Cámara de Compensación, una institución financiera asociada con la bolsa de futuros que garantiza la integridad financiera del mercado para todos los participantes; (c) la Cámara, a su vez, con el objeto de protegerse contra el riesgo de crédito de participantes anónimos, requiere

[1]Para una discusión de los orígenes de los contratos a plazo, ver L. Venkataramanan (1965), citado en Kolb (2000).

un depósito en cuenta de márgenes para poder transar; este margen es un depósito realizado por el inversionista que planea transar en futuros indicando su disposición y capacidad para cumplir las obligaciones financieras potenciales de su transacción en futuros; (d) los contratos futuros son liquidados diariamente, reflejándose las pérdidas o ganancias diarias como fluctuaciones en la cuenta de márgenes; en el evento que los montos depositados en márgenes resulten inferiores a un cierto margen de mantenimiento, el inversionista debe reponer el margen inicial para mantener vigente su posición en futuros, de lo contrario el corredor está autorizado para cerrar su posición tomando la posición contraria.

Estas diferencias pueden ocasionalmente implicar diferencias en valoración entre los contratos a plazo y los contratos futuros. Por ejemplo, el riesgo de contra- parte o riesgo de crédito ha sido virtualmente eliminado en las operaciones con futuros, pero dicho riesgo depende de la calidad de sujeto de crédito de las partes en una operación de contratos a plazo. Además, como mostraron Cox, Ingersoll y Ross (1981) si la tasa de interés libre de riesgo está fuertemente correlacionada con el precio del activo subyacente (como ocurre en el caso de contratos sobre instrumentos de renta fija), el precio a plazo puede diferir del precio futuro. Pero en general, desde el punto de vista de valorización, los contratos a plazo y futuros pueden considerarse esencialmente similares, y sus precios como prácticamente iguales.

Sin embargo, en el diseño de estrategias de cobertura de riesgo financiero, la existencia de la cuenta de márgenes y la liquidación diaria de los contratos implica importantes diferencias. En efecto, mientras en un contrato a plazo todas las ganancias o pérdidas se realizan al vencimiento del contrato, en un contrato futuro la Cámara de Compensación se encarga de cobrar a los que pierden y pagarlo a los inversionistas que ganan, de modo que las ganancias o pérdidas son reconocidas inmediatamente después de producidas, esto es, al día siguiente. En este trabajo exploramos las coberturas de mínima varianza con contratos a plazo y futuros, haciendo abstracción de posibles diferencias tributarias[2]. Además, nos ocupamos de situaciones en las que el horizonte de cobertura es menor o igual a la vida del contrato a plazo o futuro;

[2]Para una discusión reciente del diferente trato tributario de operaciones de cobertura con contratos a plazo y contratos futuros en EEUU, ver Goone y Kawaller (2000).

para una interesante discusión del problema asociado a la cobertura de compromisos de largo plazo con contratos futuros de corto plazo, ver por ejemplo Brennan y Crew (1995), Culp y Miller (1985) y Edwards y Canter (1995). En lo que sigue consideramos coberturas de mínimo riesgo con y sin riesgo base. La sección que sigue explora las posibilidades de coberturas perfectas, en las que todo el riesgo es eliminado; la sección 3 considera coberturas imperfectas, y la sección 4 presenta un resumen y las conclusiones del artículo.

2. Coberturas de mínimo riesgo sin riesgo base.

Supongamos que una firma enfrenta una exposición de E a un cierto precio financiero, el monto de un compromiso futuro. Por ejemplo, E puede consistir en un monto en dólares que recibirá un exportador en una cierta fecha futura, y está preocupado por su valor en pesos. O puede corresponder a un monto de trigo que un agricultor espera cosechar, y enfrenta incertidumbre sobre el precio futuro de ese trigo. Definamos también h como la razón de cobertura, definida como la posición en contratos a plazo o futuros a tomar para cubrir el riesgo, dividida por el monto de la exposición E. En otras palabras, h representa el porcentaje de la exposición que es cubierto con contratos a plazo o futuros.

La cobertura se dice perfecta si elimina todo el riesgo de la exposición inicial; por el contrario, la cobertura es imperfecta si persiste riesgo, llamado usualmente riesgo base.

Resultado 1

Si el monto y la fecha de la exposición son conocidos, es posible implementar coberturas perfectas con contratos a plazo sobre el mismo activo, esto es, coberturas que eliminan toda la exposición al riesgo del inversionista. Estas coberturas tienen razones de cobertura iguales a 1.

Demostración

Supongamos, sin pérdida de generalidad, que una firma recibirá E unidades de un producto en una fecha futura t_n [3]. Luego el valor de su posición futura será $E \times S_n$.

Puesto que el precio a plazo converge al precio de contado al vencimiento del contrato, la ganancia o pérdida de vender una unidad del activo a plazo es $S_n - F$, donde F representa al precio a plazo (fijado al inicio de la cobertura, en t_0).

El valor de la posición del inversionista que se cubre, por unidad de activo, es $S_n - h[S_n - F]$

Luego, si escoge h*=1, se asegura un valor de $\$F$ por unidad del activo, eliminando completamente el riesgo.

Resultado 2

Si el monto y la fecha de la exposición son conocidos y la tasa de interés libre de riesgo varía en forma predecible, es posible implementar coberturas perfectas con contratos futuros sobre el mismo activo, esto es, coberturas que eliminan toda la exposición al riesgo del inversionista. En este caso, sin embargo, la razón de cobertura requiere ajustes diarios, consistiendo en consecuencia en una estrategia dinámica de cobertura (esto se conoce como *tailing the hedge*). Además, la razón de cobertura de mínima varianza es inicialmente menor a 1 y crece día a día hasta igualar 1 un día antes del vencimiento, si (a) el activo subyacente no paga ingresos, o (b) si el activo paga ingresos conocidos en valor presente, no proporcionales al precio del mismo, o si (c) el activo subyacente paga ingresos proporcionales al precio del mismo, pero cuya tasa resulta inferior a la suma de la tasa de interés libre de riesgo y la tasa de costos de almacenaje (si existe). Finalmente, la razón de cobertura de mínima varianza es inicialmente superior a 1 y desciende día a día hasta converger a 1 un día antes del vencimiento del futuro, en caso que el activo subyacente pague una tasa de ingresos que sea superior a la tasa de interés libre de riesgos más la tasa de costos de almacenaje (si los hubiere).

[3]El caso alternativo, en que la firma deberá entregar E unidades es simétrico: la única diferencia es que para cobertura deberá vender E unidades a plazo, asegurándose su precio hoy.

Demostración

La necesidad de realizar ajustes diarios a la cobertura con contratos futuros proviene de la distinta oportunidad en que los flujos de caja son recibidos: en el caso de los contratos futuros, la diferencia entre los precios futuros diarios es realizada en la cuenta de márgenes diariamente.

Con el propósito de obtener razones de cobertura de mínima varianza, necesitamos fórmulas de precios futuros. El argumento de arbitraje permite obtener fórmulas para precios a plazo y futuros [ver por ejemplo, Hull (2002)]. Si el activo paga ingresos, y quizá implica incurrir en costos de almacenaje (ambos conocidos en valor presente), la fórmula apropiada para el precio a plazo es:

$$F = (S + U - I)e^{r(T-t)} \qquad (1).$$

Donde F representa el precio a plazo, S el precio de contado del activo subyacente al contrato a plazo, U representa el valor presente de los costos de almacenaje e I representa el valor presente de los ingresos que paga el activo subyacente, ambos durante la vida del contrato, r la tasa de interés libre de riesgo por año, T la fecha de vencimiento del contrato a plazo y t la fecha corriente (ambas medidas en años).

Por otra parte, si los ingresos que paga el activo subyacente y los costos de almacenaje son proporcionales al precio del mismo, y ambas tasas son conocidas, la fórmula anterior se modifica como sigue:

$$F = Se^{(r+u-q)(T-t)} \qquad (2).$$

Donde u representa la tasa de costos de almacenaje y q representa la tasa de ingresos que paga el activo subyacente.

Puesto que los contratos futuros se liquidan diariamente, el problema real de cobertura en un horizonte de n días, puede descomponerse en el problema de cubrir la exposición de un día (n veces).

Si los ingresos y costos de almacenaje son conocidos en valor presente (fórmula 1), el cambio en el valor del inversionista que se cubre vendiendo *h* contratos futuros entre los días *j* y *j*+1 es:

$$S_{j+1} - S_j - h\left[F_{j+1} - F_j\right] = S_{j+1} - S_j - h\left[(S_{j+1} + U - I)e^{r\left(t_n - t_{j+1}\right)} - F_j\right]$$

luego la razón de cobertura de mínima varianza es

$$h_j = \frac{1}{e^{r(t_n - t_{j+1})}} \tag{3}$$

y ella elimina por completo la incertidumbre respecto al precio.

Similarmente, si el activo paga ingresos proporcionales al precio del mismo (fórmula 2), el cambio en el valor del inversionista que se cubre vendiendo *h* contratos futuros entre los días *j* y *j*+1 es

$$S_{j+1} - S_j - h\left[F_{j+1} - F_j\right] = S_{j+1} - S_j - h\left[S_{j+1} \times e^{(r+u-q)\times(t_n - t_{j+1})} - F_j\right]$$

luego en este caso la razón de cobertura de mínima varianza es

$$h_j = \frac{1}{e^{(r+u-q)\times(t_n - t_{j+1})}} \tag{4}$$

y ella elimina por completo la exposición de ese día.

Conviene notar, sin embargo, que ambas razones de cobertura requieren saber el día *j* información sobre el día *j*+1. En efecto, requieren conocer la tasa de interés en ambos casos, y la tasa de ingresos (en el segundo) que estarán vigentes el día siguiente, es decir requiere que ninguna de estas tasas sean estocásticas.

Finalmente, notar que si (a) el activo subyacente no paga ingresos, o (b) si el activo paga ingresos conocidos en valor presente, no proporcionales al precio del mismo, o si (c) el activo subyacente paga ingresos proporcionales al precio del mismo, pero cuya tasa resulta inferior a la suma de la tasa de interés libre de riesgo y la tasa de costos de almacenaje (si existe), en todos estos casos, la razón de cobertura óptima es inicialmente menor a 1. Además, al transcurrir el tiempo, la razón de cobertura de mínima varianza converge a 1, y esto se produce en (n-1), justo un día antes del vencimiento. Por otra parte, en caso que el activo subyacente pague una tasa de ingresos que sea superior a la tasa de interés libre de riesgos más la tasa de costos de almacenaje (si los hubiere), la razón de mínima varianza es superior a 1, y converge a 1 un día antes del vencimiento del futuro.

3. Coberturas de mínimo riesgo con riesgo base

En general las coberturas con futuro no son perfectas, quedando por tanto un riesgo residual (riesgo base) que no puede ser eliminado. Incluso en las condiciones ideales del resultado 2, si las tasas de interés varían en forma impredecible, la cobertura con futuros tiene riesgo base, como mostramos en el resultado que sigue.

Resultado 3

Si la tasa de interés libre de riesgo varía en forma impredecible, aunque el monto y la fecha de la exposición sean conocidos, y existan contratos de futuro sobre el mismo activo que interesa cubrir, no es posible eliminar absolutamente todo el riesgo.

Demostración

Las razones de cobertura de mínimo riesgo (3) y (4) correspondientes a los casos de activo subyacente que paga ingresos conocidos en valor presente y con tasa de ingresos conocidos (fórmulas 1 y 2), requieren conocer en el día t, la tasa de interés libre de riesgo que prevalecerá en (t+1), y la tasa de ingresos que pagará el activo el día (t+1), ninguna de las cuales es conocida en t.

Como una aproximación podemos utilizar la razón de cobertura de mínimo riesgo teórica del día anterior (j-1), la cual depende de información conocida en *j*. Así, en ambos casos, la razón de cobertura óptima es igual al cuociente entre el precio de contado del activo y su precio futuro. Por ejemplo, si el activo paga una tasa de ingresos conocida,

$$h_j = \frac{1}{e^{(r-r_f)\times(t_n-t_{j+1})}} \approx \frac{1}{e^{(r-r_f)\times(t_n-t_j)}} = \frac{S_j}{F_j} \qquad (5).$$

Es decir, $h_j \approx \frac{S_j}{F_j}$ es una razón de cobertura aproximada de mínima varianza. Otra posibilidad es utilizar la tasa de interés *forward* para el próximo día (si está disponible). Fuentes adicionales de riesgo base en coberturas con futuros en este escenario incluyen que usualmente el contrato a futuro no tiene igual vencimiento que el horizonte de cobertura. En efecto, debido a que el mes de entrega se caracteriza por transacciones a precios erráticos y mayor volatilidad, usualmente se escoge un contrato de futuro que vence con posterioridad al horizonte de cobertura, con lo cual la posición en futuros es cerrada en el horizonte de cobertura a un precio que no es necesariamente igual al precio de contado del activo que interesa cubrir. Finalmente, la estandarización de los contratos requiere utilizar un número aproximado de contratos (no es posible transar fracciones de contratos futuros).

Pero aún con contratos a plazo, varias razones pueden impedir coberturas perfectas. Por ejemplo, es posible que no exista un mercado a plazo para el activo que interesa cubrir. Los próximos resultados exploran esta posibilidad.

Resultado 4

Al cubrir una exposición dada utilizando contratos a plazo sobre un activo subyacente distinto al activo o bien que interesa cubrir, sólo es posible eliminar el porcentaje de la varianza del activo que es “explicada” por el activo subyacente al contrato futuro. Además, la razón de cobertura óptima en este caso es en general distinta a 1.

Demostración

Supongamos (como en el resultado 1) que una firma recibirá E unidades de un producto en una fecha futura t_n, con un valor futuro (incierto) de su posición de $E \times S_n$.

El cambio en el valor de su posición futura (medido respecto al precio actual) es

$$E \times [S_n - S_0] \qquad (6).$$

Para cubrirse, este inversionista vende hE contratos a plazo sobre un activo subyacente cuyo retorno tiene una correlación r con el retorno del precio del activo que interesa cubrir.

El cambio (durante el horizonte de cobertura) en el valor de la posición total del inversionista, esto es, su exposición más su posición de cobertura en futuros, es:

$$E \times [S_n - S_0] - h \times E \times [F_n - F_0] \qquad (7).$$

Si s_S, s_F representan las desviaciones estándar de los cambios en los precios de contado del activo que interesa cubrir (ambos en un período igual al horizonte de cobertura), y en los precios futuros, y r representa el coeficiente de correlación entre los cambios en el precio de contado del activo a cubrir y los cambios en los precios futuros (en igual período), la varianza de la posición total del inversionista es:

$$v = E^2 \left[s_S^2 - 2hr\, s_S s_F + h^2 s_F^2 \right] \qquad (8)$$

y la razón de cobertura que minimiza esta varianza es:

$$h^* = r \frac{s_S}{s_F} = \frac{s_{S,F}}{s_F^2} \qquad (9).$$

Donde $s_{S,F}$ representa la covarianza entre los cambios en *S* y los cambios en *F* en intervalos de tiempo iguales al horizonte de cobertura. Nótese en este resultado que si las desviaciones estándar son similares (como ocurre para los activos que son demandados por su valor como inversión), la razón de cobertura es inferior a 1 (puesto que r es inferior a 1); es decir (9) implicaría una cobertura parcial en contraste con la cobertura total del resultado 1[4]. La razón es que el futuro además introduce en este caso riesgo independiente, no correlacionado con el precio del activo que interesa cubrir; por lo tanto hay un *trade-off* entre el riesgo que se compensa (medido por el coeficiente de correlación) y el riesgo independiente que aumenta el riesgo total de la cobertura. Nótese también que la exposición *E* desaparece de la fórmula de razón de cobertura de mínima varianza (9), por lo que dicha fórmula seguiría siendo válida en el caso en que la exposición *E* fuera estocástica. Finalmente, al sustituir (9) en (8), encontramos que la varianza minimizada es:

$$v^* = E^2 s_S^2 \left[1 - r^2\right] \qquad (10).$$

En (10), conviene notar que $E^2 s_S^2$ representa el riesgo inicial de la exposición (6), la varianza total a que está expuesto el inversionista. Por otra parte, r^2 representa el porcentaje de la varianza de los cambios en el precio del activo que desea cubrir que puede ser explicada por cambios en los precios futuros del instrumento de cobertura, y equivale al coeficiente de determinación R^2 al estimar por mínimos cuadrados ordinarios una regresión lineal donde $\left[S_n - S_0\right]$ es la variable dependiente, y $\left[F_n - F_0\right]$ la independiente. Es decir, al vender h^* contratos futuros, elimina una proporción r^2 de la varianza a que estaba expuesto, permaneciendo un riesgo residual medido por (10).

[4]En el caso de materias primas demandadas principalmente por su valor de consumo (todas excepto el oro y la plata), y que tienen retorno por conveniencia, la volatilidad de los cambios en el precio futuro tiende a ser inferior a la volatilidad del precio de contado, y esta volatilidad es menor mientras mayor sea la correlación entre el valor del retorno por conveniencia y el precio de contado de la materia prima.

Resultado 5

Al cubrir una exposición dada utilizando futuros sobre un activo subyacente distinto al activo o bien que interesa cubrir, sólo es posible eliminar el porcentaje de la varianza del activo que es "explicada" por el activo subyacente al contrato futuro. Además, a menos que la tasa de interés libre de riesgo sea constante igual a cero, la razón de cobertura óptima en este caso requiere ajustes en el tiempo (*tailing the hedge*).

Demostración

Como en el resultado 4, el cambio en una posición cubierta con futuros es (7):

$$E \times [\Delta S] - h \times E \times [\Delta F].$$

Donde ΔF representa el cambio en el precio futuro durante el horizonte de cobertura. Si la tasa de interés fuese cero, la suma de las fluctuaciones en la cuenta de márgenes durante el horizonte de cobertura igualarían el cambio en precios futuros durante todo el horizonte también (como en el caso de los contratos a plazo):

$$F_n - F_0 = \sum_{j=1}^{n} F_j - F_{j-1} .$$

Sin embargo, si la tasa de interés es positiva, es necesario reconocer la oportunidad de los flujos de caja, y la fórmula anterior tiene valor en t_n igual a:

$$\sum_{j=1}^{n} \left[F_j - F_{j-1}\right] e^{r(t_n - t_j)} \neq F_n - F_0 .$$

Para obtener $F_n - F_0$, es necesario mantener el día (j-1) una posición de $e^{-r(t_n - t_j)}$ futuros, o lo que es igual, mantener el día j una posición de $e^{-r(t_n - t_{j+1})}$ futuros. Por supuesto, ello sólo es posible si la tasa de interés es predecible, en caso contrario surgirá una nueva fuente de riesgo base asociado a fluctuaciones aleatorias en la tasa de interés. Esta estrategia dinámica de ajustes en la cobertura con futuros replica la estrategia estática con contratos a plazo del resultado 4, por lo cual toda la derivación posterior de dicho resultado es idéntica. En consecuencia, la razón de cobertura de mínimo riesgo para el día *j* con futuros en este caso es:

$$h_j{}^* = \frac{1}{e^{r\left(t_n - t_{j+1}\right)}} \frac{s_{S,F}}{s_F^2}.$$

Como comentario final, sería erróneo en este caso seguir un enfoque similar al del resultado 2, buscando coberturas de mínimo riesgo que protegiesen la exposición en un día directamente, utilizando para ello las correlaciones entre precios de contado del activo a cubrir y precios futuros en el horizonte de un día. Esto debido a que usualmente dichas correlaciones son mayores mientras más largo sea el tamaño del intervalo, de modo que la porción del riesgo que puede eliminarse en un horizonte de un día generalmente es muy pequeña. El enfoque sugerido en este resultado ha sido explotar el hecho que el horizonte de cobertura es más largo que un día, y hacer ajustes diarios sólo para tomar en cuenta la liquidación diaria de los contratos a futuro.

4. Resumen y conclusiones

Desde el punto de vista de estrategias de cobertura de riesgo, una diferencia importante entre los contratos a plazo y los contratos futuros consiste en la distinta oportunidad en que se reciben los flujos de caja, atendida la liquidación diaria de los contratos en el caso de los futuros. Esta diferencia implica que las coberturas de mínima varianza requieren ajustes dinámicos en las posiciones con futuros. En este artículo se presentan resultados de razones de cobertura de mínima varianza para activos subyacentes que pagan ingresos conocidos en valor presente o en tasa de ingresos, y que coinciden o no con el activo que interesa cubrir.

REFERENCIAS

BRENNAN M. Y N. I. CREW (1995), "Hedging long maturity commodity commitments with short- dated future contracts", Working Paper.

CULP C. Y M. MILLER (1995), "Metallgesellschaft and the economics of synthetic storage", *Journal of Applied Corporate Finance* 7, pp 62-76

COX J., J. E. INGERSOLL y S. A. ROSS (1981), "The relation between forward prices and future prices", *Journal of Financial Economics* 9, pp 321-346.

EDWARDS F.R.y M.S. KANTER (1995), "The collapse of Metallgesellschaft: unhedgeable risks, poor hedging strategy, or just bad luck?" *Journal of Future Markets*, january.

Goone D. y I. G. Kawaller (2000), "Futures versus forwards: Implications of FAS 133", Derivatives Quarterly, Spring.

HULL, JOHN C. (2002) "Options, futures, and other derivatives", Prentice Hall, Fifth edition

KAWALLER, IRA G. (1997), "Tailing futures hedges/ Tailing Spreads", *The Journal of Derivatives*, Winter.

KOLB, ROBERT W., 2000, "Futures, options, and swaps", Blackwell, Third Edition.

VENKATARAMANAN, L., (1965) "The theory of futures trading", New York, Asia Publishing House.